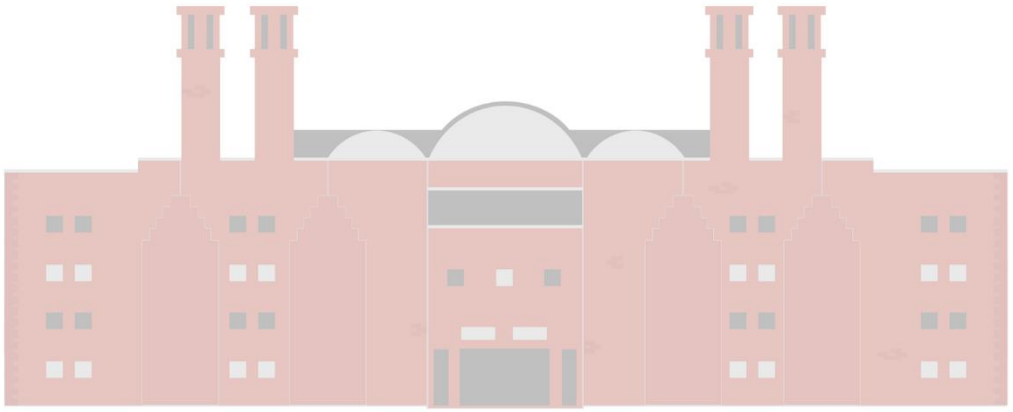
الحُقول الكَهرَطِيسيّة

المحاضرة الثامنة

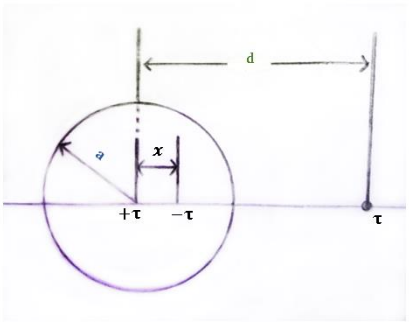
8 صفحات



الدكتور: تيسير حجازي

التاريخ: 2014/11/10

السطح الفاصل عبارة عن أسطوانة :



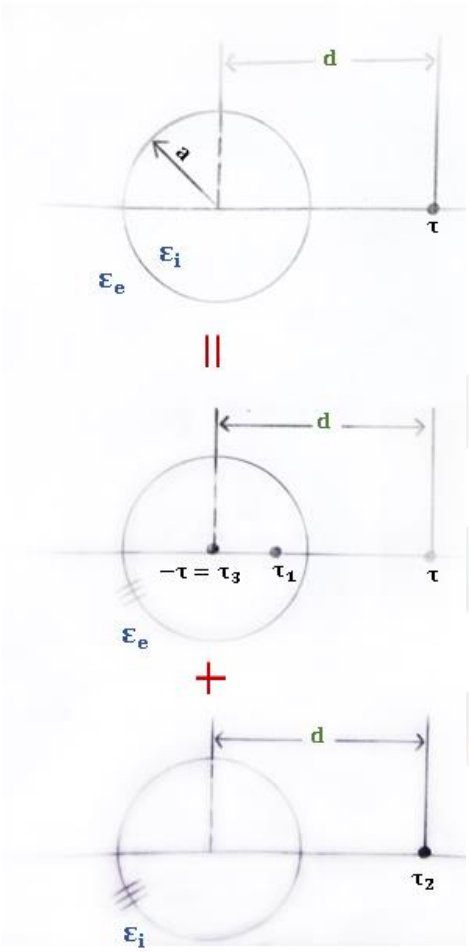
1) الأسطوانة الناقلة غير مؤرضة وغير مشحونة .

الحقل خارج الأسطوانة ناتج عن :

أ- الشحنة المولدة τ .

ب- الشحنة المتحرضة τ- والمتوضعة على بعد xمن محور الأسطوانة .

ج- الشحنة المتحرضة المعاكسة τ+ والمتوضعة على محور الأسطوانة .



2) حالة الأسطوانة عازلة سماحية العزل لها ε_i موجودة في وسط عازل سماحية العزل له ε_e , الشحنة الخطية τ تقع خرج الأسطوانة العازلة نصف قطرها aوعلى بعد dمن محورها. إنّ الحقل خارج الأسطوانة (في الوسط ε_e) سينتج عن :

أ- الشحنة المولدة τ .

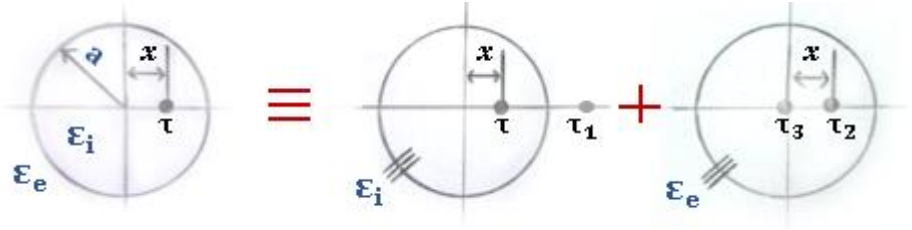
ب- صورتها الأولى τ_1 حيث : $\tau_1 = \frac{2\varepsilon_e - \varepsilon_i}{\varepsilon_i + \varepsilon_e}\tau$ و المتوضعة على بعد $x = \frac{a^2}{d}$.

ج- الصورة المعاكسة $\tau_3 = -\tau$ و المتوضعة على محور الأسطوانة .

أما الحقل داخل الأسطوانة ناتج عن أثر الصورة الثانية τ_2 :

$$\tau_2 = \frac{2\varepsilon_i}{\varepsilon_i + \varepsilon_e}\tau$$

والمتوضعة مكان الشحنة المولدة باعتبار أن كامل الوسط مليء بالعازل ε_i الشحنة الخطية المولدة للحقل τ تقع داخل الأسطوانة العازلة .



لا تنسوا زيارتنا على مواقع التواصل الإجتماعي

في الوسط داخل الأسطوانة تؤثر الشحنة المولدة τ المتوضعة على بعد x من محور الأسطوانة العازلة . صورتها الأولى τ_1 المتوضعة على بعد d من محور الأسطوانة العازلة باعتبار أن كامل الوسط مملوء بـ ε_i وتكون :

$$\tau_1 = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{\varepsilon_i + \varepsilon_e}\tau$$

في الوسط خارج الأسطوانة $|\varepsilon_e|$ تؤثر :

$$x = \frac{a^2}{d}$$

أ ـ الصورة الثانية τ_2 :

$$\tau_2 = \frac{2\varepsilon_i}{\varepsilon_i + \varepsilon_e}\tau$$

ب ـ الصورة الثالثة τ_3 : المتوضعة على محور الأسطوانة والمساوية بالقيمة لـ τ_1 أي :

$$\tau_3 = \tau_1 = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{\varepsilon_i + \varepsilon_e}\tau$$

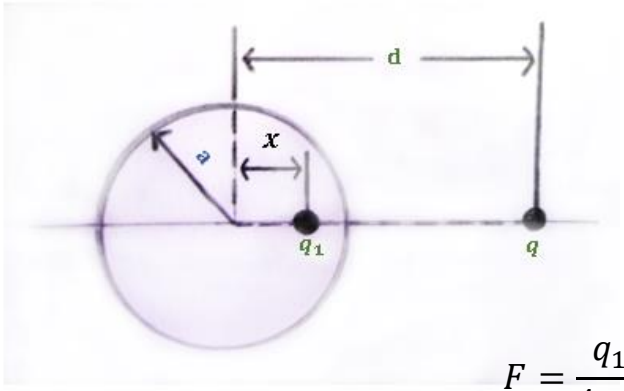
ولدينا دائما العلاقة :

$$\boxed{\tau = \tau_2 + \tau_3}$$.

مسألة : شحنة نقطية $q = 10^{-7}c$ متوضعة على بعد $d = 1\ m$ عن مركز كرة ناقلة مؤرضة نصف قطرها $a = 0.2m$.

والمطلوب : حساب القوة التي تؤثر بها الكرة على الشحنة النقطية .

الحل :



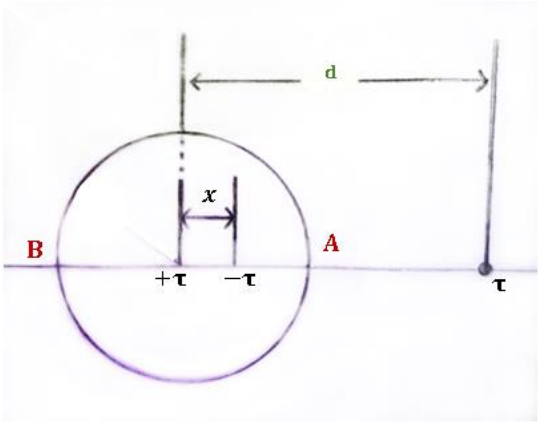
$$q_1 = -q\,\frac{a}{d} = -2 \times 10^{-8}[c]$$

$$x = \frac{a^2}{d} = 0.04\ m$$

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon R^2} = \left|\frac{-2 \times 10^{-3} \times 10^{-7}}{4\pi 8.85.10^{-12}(0.96)^2}\right| = 1.789 \times 10^5[N]$$

$d - x$

مسألة :



$D = 50\ cm$ من مركز أسطوانة طويلة جداً ناقلة نصف قطرها $a = 10\ cm$ عند محور مشحون بشحنة خطية كثافتها $\tau = 2 \times 10^{-3}\ c\backslash m$ بشكل موازي للأسطوانة .

المطلوب :

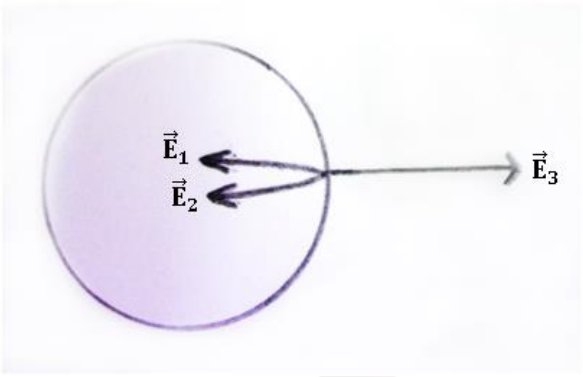
حساب كثافة للشحنة السطحية العظمى والصغرى على سطح هذه الأسطوانة .

الحل : $x = \frac{a^2}{d} = 0.02\ m$

الكثافة العظمى للشحنة على السطح للأسطوانة تكون في A (الوجه المقابل) :

$$\sigma_{max} = \varepsilon E_A = \sigma_A$$

$$\tau_1 \Rightarrow \overline{E_1} \quad , \quad \tau_2 \Rightarrow \overline{E_2} \quad , \quad \tau_3 \Rightarrow \overline{E_3}$$



$$\bar{E}_A = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3$$

$$E_1 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon(d-a)} \quad , \quad E_{2=} \frac{-\tau}{2\pi\varepsilon(a-x)}$$

$$E_3 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon a}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_A = \varepsilon E_A \Rightarrow D_A = \varepsilon E_A$$

$$= \frac{\tau}{2\pi}\left(\frac{1}{d-a} + \frac{1}{a-x} - \frac{1}{a}\right)$$

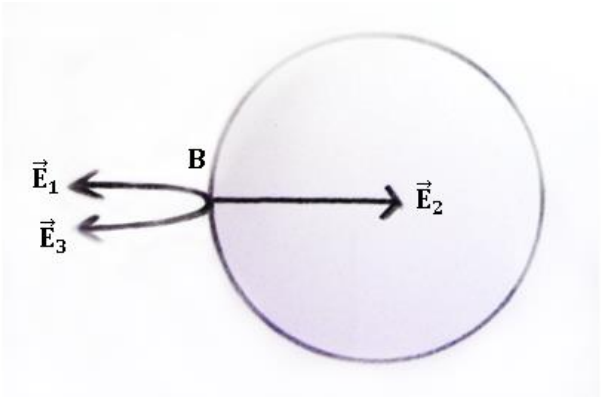
$$\sigma_{max} = \sigma_A = 1.59 \times 10^{-9}\ c\backslash m^2$$

الكثافة الصغرى موجودة في النقطة B :

$$E_1 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon(d+a)} \quad , \quad E_{2=} \frac{-\tau}{2\pi\varepsilon(a+x)}$$

$$E_3 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon a}$$

لا تنسوا زيارتنا على مواقع التواصل الإجتماعي



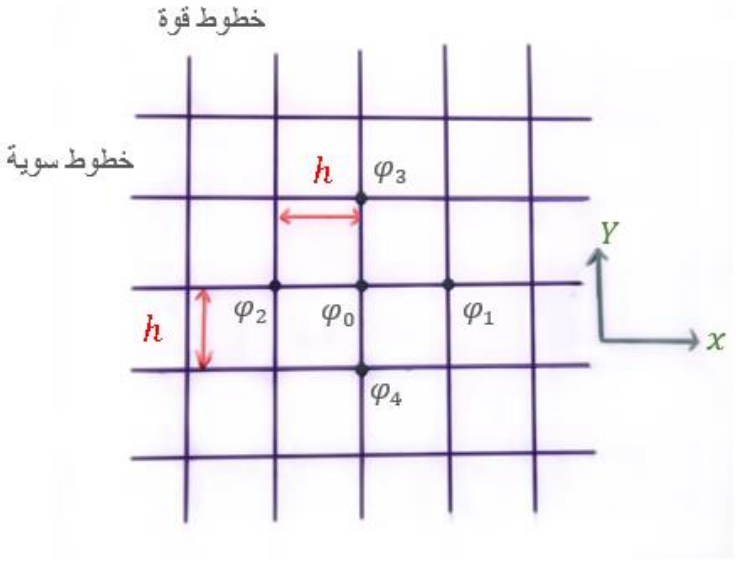
$$\sigma_{min} = \sigma_B = \varepsilon E_B$$

$$= \frac{T}{2\pi}\left(\frac{1}{d+a} - \frac{1}{a+x} + \frac{1}{a}\right)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_B = 1.06 \times 10^{-9}\ c\backslash m^2$$

دراسة الحقل الكهرساكن جمل معادلة لابلاس بطريقة التفاضل المحدود :

تعتمد هذه الطريقة على الحلول التقريبية لحل معادلات لابلاس عند مراعاة الشروط الحدية للحقول الكهربائية الساكنة المستوية والخالية من الشحنات الحرة فلو قسمنا المجال الهندسي للحقل إلى مربعات طول ضلع كل منها h فإنه حسب النظرية الرياضية يكون لدينا (حساب القيم التفاضلية باتجاه المحور x) . .



$$(1) \quad \ldots \varphi_1 = \varphi(x+h,y) \cong \varphi_0(x,y) + h\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{h^2}{2!}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \cdots$$

$$(2) \quad \ldots \varphi_2 = \varphi(x-h,y) \cong \varphi(x,y) - h\frac{\partial\varphi}{\partial x} - \frac{h^2}{2!}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \cdots$$

يكافئ

بجمع العلاقتين 1و2 نحصل على :

$$\varphi_1 + \varphi_2 \cong 2\varphi_0 + h^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} \cong -\frac{1}{h^2}(2\varphi_0 - \varphi_1 - \varphi_2) \ldots (3)$$

لا تنسونا من دعائكم فنحن نحتاجه من قلوبكم ♥

وعند حساب القيم التفاضلية باتجاه المحور y يكون :

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} \cong -\frac{1}{h^2}(2\varphi_0 - \varphi_3 - \varphi_4) \ldots (4)$$

بجمع المعادلتين 3 و 4 نحصل على :

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = -\frac{1}{h^2}(4\varphi_0 - \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4) = 0 \ldots (5)$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{4}(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4) \ldots (6)$$

كمون نقطة المنتصف

وتشير المعادلة الأخيرة(6) أن حل معادلة لابلاس في نقطة ما من الفراغ الخالي عند الشحنة الحرة يتعين بشكل تقريبي من كمون النقطة ذاتها والكمون الكهربائي المجاورة والتي تقع في أركان مربع بطول ضلع مختار أي يحسب كمون هذه النقطة اعتماداً على النقط المجاورة ويقسم على أربعة .

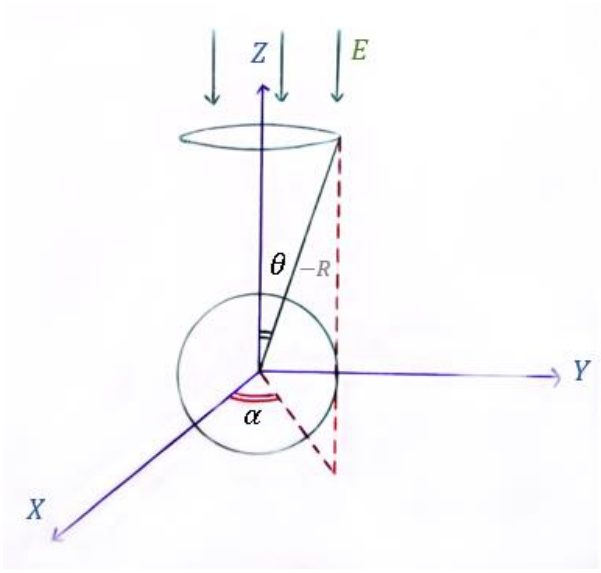
يعاد ويكرر حساب كمون كل نقطة وفق جميع الاحتمالات المتاحة لقيم الكمون في أركان المربعات المجاورة وهكذا نحصل على قيم كمون النقطة نفسها بعامل (بإعادة) تكرار وبفارق صغير جداً تحدد دقة الطريقة .

حل معادلة لابلاس بطريقة فصل المتحولات :

إن بعض أنواع الحقول الكهربائية تبعا لنوعية المساري (الأقطاب) الهندسية تشكل في المحاور الإحداثية المتنوعة سطوحا متساوية ا لكمون أو في المستوي منحنيات متساوية الكمون تمثل توابع رياضية يمكن استنتاجها بحل معادلة لابلاس ومراع اة الشروط الحدية والابتدائية للحقل .

لا تنسوا زيارتنا على مواقع التواصل الإجتماعي

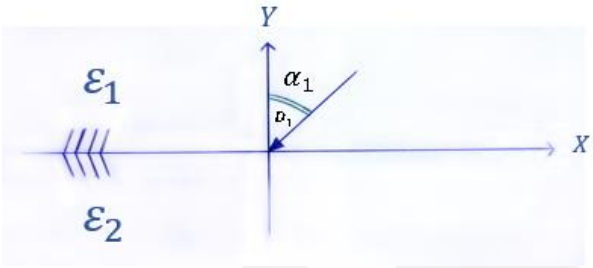
الكرة في حقل منتظم :



إذا وضعت كرة معدنية ناقلة أو مصنوعة من مادة عازلة سماحيتها مختلفة عن السماحية للوسط في حقل منتظم شدته $\overline{E}_0$ فإنها تشوه توزيع الحقل وبشكل خاص في المنطقة القريبة من الكرة حيث يصبح الحقل غير منتظم ويتعلق التشوه بحجم الكرة وسماحيتها إن كانت ناقلة ومشحونة .

في كل الأحوال الحقل في الوسط الذي يحتوي الحقل المنتظم يحقق معادلة لابلاس $\nabla^2\varphi = 0$.

حل الوظيفة (2) :



على السطح الفاصل يتحقق :

$$E_{1t} = E_{2t}$$

$$D_{1n} = D_{2n}$$

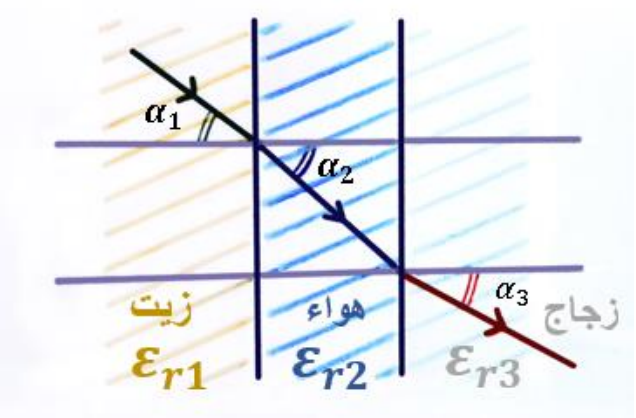
من الشرط الحدي الأول :

$$(1) \dots \begin{cases} E_{t1} = \dfrac{D_1}{\varepsilon_1}\sin(20) \\ E_{t2} = E_2 \sin(\alpha_2) \end{cases} \Rightarrow sin(\alpha_2) = \frac{D_1 \sin(20)}{\varepsilon_1 E_2}$$

$$\sin(\alpha_2) = 0.85 \Rightarrow \alpha_2 = 58.76^{\circ}$$

$$\frac{tan\alpha_1}{tan\alpha_2} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} \Rightarrow \frac{tan20^0}{tan58.7^0} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} \Rightarrow \varepsilon_{r2} = 4.53$$

مسألة:



شدة حقل كهرساكن منتظـم في زيت محـولـة $E_1 = 10^5\ v\backslash cm$ وزاوية وروده على سطح شريحة زجاجية $\alpha_1 = 30^0$ فإذا كانت أبعاد الشريحة كبيرة .

المطلوب :

1 ـ إيجاد شدة الحقل في كل من الزجاج والهواء علما أن $\varepsilon_{r1} = 2.5\ ,\ \varepsilon_{r2} = 7$.

الحل : على السطح الفاصل بين الزيت والزجاج يتحقق :

$$\frac{tan\alpha_1}{tan\alpha_2} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} \Rightarrow tan\alpha_2 = \frac{\varepsilon_{r1} tan\alpha_1}{\varepsilon_{r2}} \Rightarrow \alpha_2 = 58.26^0$$

من الشرط الحدي :

$$E_{1t} = E_{2t} \Rightarrow$$

$$E_1 \sin\alpha_1 = E_2 sin\alpha_2$$

$$\Rightarrow E_2 = \frac{E_1 sin\alpha_1}{sin\alpha_2} = 5.88 \times 10^4\ v/cm$$

على السطح الفاصل بين الزجاج والهواء يتحقق :

$$\frac{tan\alpha_2}{tan\alpha_3} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r3}} \Rightarrow tan\alpha_3 = \frac{tan\alpha_2 \varepsilon_{r3}}{\varepsilon_{r2}}$$

$$\Rightarrow \alpha_3 = 13^0$$

من الشرط الحدي :

$$E_{1t} = E_{2t}$$

$$\Rightarrow E_2 \sin\alpha_2 = E_3 sin\alpha_3 \Rightarrow$$

$$E_3 = \frac{E_2 sin\alpha_2}{sin\alpha_3} = 22.22 \times 10^4\ v\backslash c\ m$$

لا تنسوا زيارتنا على مواقع التواصل الإجتماعي

مسألة :

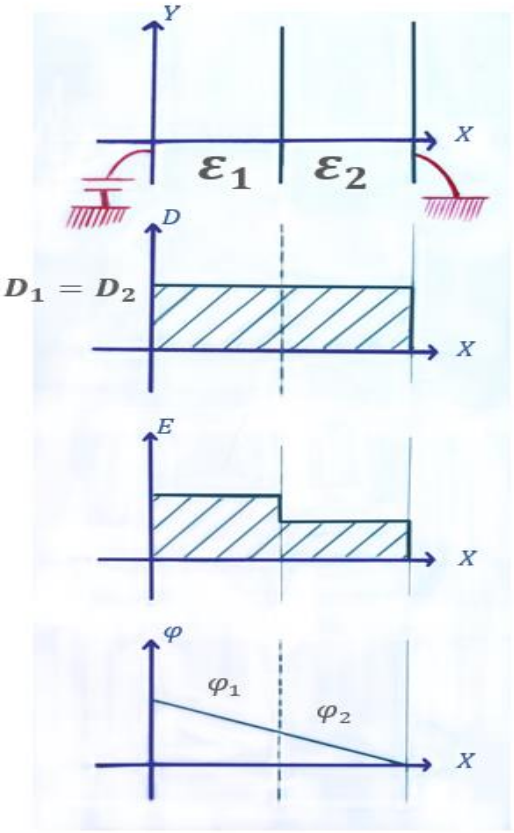
مكثف مستوي يملأ الفراغ بين لبوسين في طبقتين عازلتين مختلفتين بالخواص ، سماكة الطبقتين متساوية :

$d_1 = d_2 = 1cm$.

و سماحية العزل النسبية : $\varepsilon_{r1} = 3$ ، $\varepsilon_{r2} = 6$.

يوصل أحد اللبوسين بالقطب الموجب لبطارية u=100 والسالب إلى الأرض و يؤرض اللبوسين الثاني .

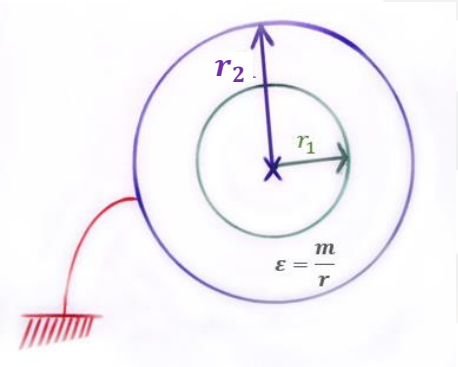
المطلوب : إيجاد وتوزع التحريض D وشدة الحقل E والكمون φ بين لبوسي المكثف .



مسألة :

بسبب التسخين غير المتجانس تتغير سماحية العزل لعازل كبل محوري كتابع لنصف القطر $(\varepsilon = m\backslash r)$.

المطلوب : استخراج معادلة تحديد الحقل الكهربائي E والتحريض D علماً أن نصف قطر قلب الكابل r_1 ونصف القطر الداخلي لغطاء الكبل r_2 والجهد بين القلب والغطاء u و لا توجد شحنات حجمية .



انتهت المحاضرة . .

معظم الناس يعيشون تحت الحدّ الأدنى لقدراتهم الحقيقية ..
لأنهم لا يركزون كل الجهود على مهمة واحدة ، لذلك لا يدركون تماماً مقدار الإمكانيات و المقدرات التي يمتلكونها ..
الجميع بارعون في شيء ما ، وإذا تمّ التركيز على الأشياء التي نبرع فيها أو المواهب التي نمتلكها على مرّ السنوات ، سوف نصنع أشياء مدهشة ..

كلنا لنا القدرة على إدهاش أنفسنا ..

توماس أديسون
مخترع و رجل أعمال أمريكي